муниципальное общеобразовательное учреждение «Средняя школа с углубленным изучением отдельных предметов № 6 Центрального района Волгограда»

РАССМОТРЕНО	СОГЛАСОВАНО	УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры естественно-математической направленности обучения Протокол №1 от 26.08.2026 Руководитель кафедры _____ О.В. Подзорова	на заседании научно-методического Совета Протокол №1от 28.08.2026 Зам. директора по УВР _____ О.Б. Попова	на заседании педагогического Совета Протокол №1 от 31.08.2026 (Приказ МОУ СШ №6 от 31.08.2026№ 217) Директор МОУ СШ №6 _____А.Ю. Гаврилова

МУНИЦИПАЛЬНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ "СРЕДНЯЯ ШКОЛА С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ ОТДЕЛЬНЫХ ПРЕДМЕТОВ № 6 ЦЕНТРАЛЬНОГО РАЙОНА ВОЛГОГРАДА"

Подписано цифровой подписью: МУНИЦИПАЛЬНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ "СРЕДНЯЯ ШКОЛА С УГЛУБЛЕННЫМ ИЗУЧЕНИЕМ ОТДЕЛЬНЫХ ПРЕДМЕТОВ № 6 ЦЕНТРАЛЬНОГО РАЙОНА ВОЛГОГРАДА"
Дата: 2026.10.19 09:52:14 +03'00'

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

учебного курса «Решение задач повышенной сложности по стереометрии»

для обучающихся 10 класса

Волгоград

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа учебного курса «Решение задач повышенной сложности по стереометрии» разработана согласно Положению о порядке разработки и утверждения рабочих программ учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), утверждённого приказом МОУ СШ №6 от 29.08.2025 № 212, предназначена для учащихся 10 класса технологического (инженерного) профиля направлена на расширение и знакомство учащихся с одним из важнейших направлений развития современной математики – *стереометрией.*

Актуальность предлагаемой программы:

Математика является профилирующим предметом по широкому спектру специальностей. В старших классах углубление основного курса выполняет функции расширения естественно – математического образования. Углубление реализуется на базе обучения методам и приемам решения математических задач, требующих применения высокой логической и операционной культуры, развивающих научно – теоретическое и алгоритмическое мышление учащихся.

Педагогическая целесообразность в преодолении недостаточной подготовки выпускников: формальное усвоение теоретического содержания курса геометрии, неумение использовать изученный материал в ситуации, которая отличается от стандартной. Для успешного выполнения этих заданий необходимы прочные знания основных геометрических фактов и опыт в решении геометрических задач. При изучении математики в старших классах на профильном уровне необходимы систематизация знаний, полученных учащимися в основной школе, выделение общих методов и приемов решения геометрических задач, демонстрация техники решения геометрических задач, закрепление навыков решения геометрических задач. В связи с этим необходимо делать акцент не только на овладение теоретическими фактами, но и на развитие умений решать геометрические задачи разного уровня сложности и математически грамотно их записывать. Повторение геометрического материала по разделам позволяет реализовать широкие возможности для дифференцированного обучения учащихся.

Цель учебного курса состоит в формировании теоретических знаний, развития логического аппарата учащихся для дальнейшего осознанного и обоснованного решения задач.

Задачи программы учебного курса:

- формирование у учащихся верного и наглядного изображения пространственных фигур на плоскости;
- развитие пространственного воображения, умения представлять геометрический объект;
- выработка умений корректно аргументировать утверждения, возникающие по ходу решения любой геометрической задачи;
- знакомство учащихся с различными методами решения геометрических задач;
- совершенствование навыков решения задач;
- знакомство учащихся с историей измерения длины;
- организация работы с дополнительной литературой;
- развитие мыслительных, творческих способностей учащихся;
- знакомство учащихся с элементами исследовательской деятельности.

Отличительные особенности данного учебного курса:

тематика задач, предлагаемых при изучении данного учебного курса выходит за рамки основного курса, уровень сложности – повышенный.

Поскольку изучение курса геометрии дает возможность учащимся приобрести опыт дедуктивных рассуждений, учит их умению доказывать основные теоремы курса, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач, то в профильном (углубленном) обучении математики данная линия приобретает еще большую значимость в связи с расширением содержательной составляющей курса геометрии. Рассмотрение избранных теорем геометрии, выходящих за рамки основного курса, а также решение избранных задач различными методами подчеркивают красоту содержания учебного предмета, способствуют воспитанию эстетического восприятия геометрии, помогает выбирать из всех известных методов решения или доказательства наиболее рациональный.

Новизна программы состоит в том, что значительное место отведено решению задач повышенной сложности. Содержание данной программы представлено несколькими разделами. Особое внимание в программе уделяется умению «видеть» и находить расстояния между точками, прямыми и плоскостями в различных геометрических комбинациях. Учебный курс «Решение задач повышенной сложности по стереометрии» позволяет самостоятельно ориентироваться не только в поиске решения проблемных ситуаций, но и переносить приобретенные знания, умения и навыки к поисково-исследовательской деятельности в работе над задачами.

Программа учебного курса рассчитана на 34 часа (1 ч. в неделю).

Ожидаемые результаты и способы определения их результативности

В результате изучения программы данного учебного курса учащиеся должны:

- правильно употреблять новые термины, связанные с основными понятиями;
- знать основные аксиомы и теоремы стереометрии, признаки и свойства геометрических фигур;
- правильно анализировать условия задач;
- уметь выполнять грамотный чертеж к задаче;
- уметь исследовать поставленную задачу;
- уметь логически правильно строить свои рассуждения;
- уметь строить искомый перпендикуляр двух скрещивающих прямых;
- умения решать геометрические задачи различными методами;
- применять полученные знания при решении задач;
- использовать символический язык для записи решений геометрических задач.

Основными формами проведения итогов реализации данной образовательной программы являются следующие:

- зачеты, исследовательские работы.

УЧЕБНО - ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№	Содержание темы	Кол-во часов	Виды занятий
I	**Обобщение курса планиметрии**	**4**	
1	Решение опорных задач планиметрии	2	Урок-лекция. Уроки-практикумы. Урок обобщения.
2	Решение задач координатно-векторным способом.	2	
II	**Расстояния и многогранники в задачах.**	**13**	
1	Нахождение расстояния от точки до прямой.	1	
2	Нахождение расстояния от точки до прямой координатным методом.	2	
3	Нахождение расстояния от точки до плоскости	1	
4	Нахождение расстояния от точки до плоскости координатным методом.	2	
5	Теорема о существовании и единственности общего перпендикуляра скрещивающихся прямых. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых	2	
6	Нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми.	2	
7	Нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми координатным методом.	2	
8	Контрольная работа № 1	1	Урок самостоятельного решения задач.
III	**Углы и многогранники в задачах.**	**17**	
1	Нахождение угла между двумя плоскостями.	3	Урок-лекция. Уроки-практикумы. Урок обобщения.
2	Нахождение угла между двумя плоскостями координатным методом.	2	
3	Нахождение угла между прямой и плоскостью.	2	
4	Нахождение угла между прямой и плоскостью координатным методом.	2	
5	Нахождение угла между скрещивающимися прямыми.	3	
6	Нахождение угла между скрещивающимися прямыми координатным методом.	3	
7	Контрольная работа №2	1	Урок самостоятельного решения задач.
8	Итоговое занятие	1	

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО КУРСА

Раздел 1. **Обобщение курса планиметрии(4 ч)**

1.1.Решение опорных задач планиметрии. Решение задач координатно-векторным способом.

Основная цель - вспомнить с учащимися основные свойства многоугольников, теоремы, помогающие решать задачи.

Многоугольники; основные свойства медиан, биссектрис, высот в равнобедренных, равносторонних, прямоугольных треугольниках; формулы площадей многоугольников; вписанные и описанные многоугольники и окружности; теоремы о касательной к окружности, о четырёхугольниках и окружностях; решение задач.

В результате изучения данного раздела учащиеся должны аргументировать утверждения при решении задач, правильно пользоваться определениями и свойствами фигур. Учащиеся должны знать и при необходимости использовать специальные свойства многоугольников.

Задания для самостоятельной работы:

1. Точка С – середина отрезка АВ, точка М – середина отрезка ВС, а точка В – середина отрезка АК. Сколько процентов длина отрезка КМ составляет от длины отрезка АК?

2. Отрезки А, С, К, В лежат на одной прямой, причем АВ=22, АС=11, КВ=7. Найдите наименьшую длину отрезка СК.

3. Периметр треугольника МРК равен 32. Точка Н лежит на стороне МК этого треугольника так, что сумма периметров треугольников МРН и КРН равна 44. Найдите длину отрезка РН.

4. Периметр равнобедренного треугольника АКС равен 143 см, а АК : АС = 5 : 3. Найдите все возможные значения длины отрезка АС.

5. Диагонали РН и ВС выпуклого четырехугольника ВРСН пересекаются под прямым углом. Найдите расстояние между серединами сторон РС и ВН равно 7 м.

6. Точка К лежит на основании АС равнобедренного треугольника АВС. Найдите площадь этого треугольника, если длина его боковых сторон АВ и ВС равны 11, а расстояния от точки М до этих сторон равны соответственно 3 и 7.

7. В треугольнике АВС известны длины сторон: АВ=$4\sqrt{7}$, АС=$5\sqrt{7}$; ВС=$6\sqrt{7}$. Найдите расстояние от вершины В до точки пересечения высот треугольника АВС.

8. Около окружности с радиусом 5 описана равнобедренная трапеция. Расстояние между точками касания ее боковых сторон равно 8. Найдите площадь трапеции.

Ответы: **1.** 62,5%; **2.** 4; **3.** Невозможно определить; **4.** 33 см и 39 см; **5.** 7 м; **6.** 55; **7.** 9; **8.** 125.

Литература:

1. Звавич, Л.И. Тематические тестовые задания 7-9 классы (ЕГЭ: шаг за шагом) / Л.И. Звавич, Е.В. Потоскуев // - М. : Дрофа, 2011. – 189 с.

2. Черняк, А.А. Геометрия. 7 – 11 классы (ЕГЭ: шаг за шагом) / А.А. Черняк, Ж.А. Черняк // – М.: Дрофа, 2011. – 247 с.

Раздел 2. **Расстояния и многогранники в задачах (13 ч.)**

2.1. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние от точки до плоскости. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Теоретический зачет.

Основная цель - изучить приемы нахождения расстояний между двумя точками; между точкой и фигурой; между двумя фигурами; изучить приемы нахождения этих расстояний. Формировать умения «видеть» и вычислять различные расстояния в пространстве, используя многогранники и многоугольники, расположенные в пространстве; решать задачи метрического характера на нахождение расстояний, углов, площадей, используя куб, правильную пирамиду, правильный тетраэдр, параллелепипед, корректно аргументируя каждый шаг построения изображения, доказательной и вычислительной частей решения задачи; используя геометрические места точек в пространстве, осуществлять пропедевтическую работу по подготовке учащихся к решению содержательных задач в 11 классе при изучении многогранников и фигур вращения.

В результате изучения данного раздела учащиеся должны определять расстояния: от точки до прямой и до плоскости; между двумя параллельными плоскостями; между двумя скрещивающимися прямыми; знать основные геометрические места точек в пространстве;

Задачи для самостоятельной работы:

1. Точка H – середина ребра PB правильного тетраэдра PABC. Опустите перпендикуляры из точки H: а) на прямую AC; б) на высоту PO тетраэдра, Oϵ(ABC). Найдите длину каждого перпендикуляра, если ребро тетраэдра равно $2\sqrt{2}$. *Ответ:* а) 2; б) $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

2. Расстояние между скрещивающимися диагоналями двух смежных граней куба равно *m*. Найдите ребро этого куба. *Ответ:* $m\sqrt{3}$.

3. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$найдите расстояние до прямой BD от вершин: а) B_1; б) A; в) A_1; г) C_1, если ребро куба равно 6.

Ответ: а) 6; б) $3\sqrt{2}$; в) $3\sqrt{6}$; г) $3\sqrt{6}$.

4. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ – правильная шестиугольная призма, все ребра которой равны 1. Найдите расстояние: от вершины C до прямой AC_1.

Ответ:$\frac{\sqrt{7}}{4}$.

5. Точка H – середина ребра PB правильного тетраэдра PABC. Опустите перпендикуляр из точки H на плоскость ABC и найдите длину этого перпендикуляра, если ребро тетраэдра равно $2\sqrt{6}$. *Ответ:* 2.

6. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ – правильная шестиугольная призма, все ребра которой равны 1. Найдите расстояние: от точки A до плоскости C_1BD. *Ответ:*$\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Контрольная работа

Вариант №1

1. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите расстояние до AB_1 от вершин: а) C_1; б) B; в) C, если ребро куба равно 8.*Ответ:* а) 8; б) $4\sqrt{2}$; в) $4\sqrt{6}$.

2. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ – правильная шестиугольная призма, все ребра которой равны 1. Найдите расстояние:1) между вершинами A и C; 2) между вершиной A и серединой H отрезка C_1E_1. *Ответ:* 1) $\sqrt{3}$; 2) $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

3. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите расстояние до A_1BC_1 от вершин: а) B_1; б) D_1; в) D, если ребро куба равно 9.*Ответ:* а) $3\sqrt{3}$; б) $3\sqrt{3}$; в) $6\sqrt{3}$.

4. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ – правильная шестиугольная призма, все ребра которой равны 1. Найдите расстояние:от точки В до плоскости A_1EF.

Ответ: $\frac{2\sqrt{21}}{7}$.

5. PABC – правильный тетраэдр с ребром, равным 22. Найдите расстояние между прямыми: AC и BP. *Ответ:* $11\sqrt{2}$.

6. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ – правильная шестиугольная призма, все ребра которой равны 1. Найдите расстояние между прямыми F_1Bи EF. *Ответ:* $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Вариант №2

1. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите расстояние до BD_1 от вершин: а) A_1; б) D; в) C_1, если ребро куба равно 8.*Ответ:* а) $\frac{8\sqrt{6}}{3}$; б) $\frac{8\sqrt{6}}{3}$; в) $\frac{8\sqrt{6}}{3}$.

2. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ – правильная шестиугольная призма, все ребра которой равны 1. Найдите расстояние:1) между вершинами А и C_1; 2) между вершиной А и серединой К отрезка B_1F_1. *Ответ:* 1) 2; 2) $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

3. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите расстояние до AB_1C от вершин: а) B; б) C_1; в) D_1, если ребро куба равно 6. *Ответ:* а) $2\sqrt{3}$; б) $2\sqrt{3}$; в) $4\sqrt{3}$.

4. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ – правильная шестиугольная призма, все ребра которой равны 1. Найдите расстояние: от точки В до плоскости AB_1C.

Ответ: $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

5. PABC – правильный тетраэдр с ребром, равным 22. Найдите расстояние между прямыми: AP и BC. *Ответ:* $11\sqrt{2}$.

6. $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ – правильная шестиугольная призма, все ребра которой равны 1. Найдите расстояние между прямыми A_1B и C_1D.

Ответ: $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Литература:

1. Варшавский, И.К. Стереометрия на едином государственном экзамене. / И.К.Варшавский, М.Я. Гаиашвили, Ю.А. Глазков // Математика в школе – 2006. - №4 – С. 2-7.

2. Елизарова, Н.Г. О расстоянии от точки до плоскости. / Н.Г. Елизарова, Р.С. Понарядова // Математика в школе – 2009. - № 4 – С. 67 – 73.

3. Кожухов С.К. О некоторых способах вычисления расстояния между скрещивающимися прямыми / С.К. Кожухов, В.К. Володин // Математика в школе – 2008. - №1. – С.15-17.

4. Потоскуев Е.В. Решение задач по стереометрии. Практикум. Подготовка к ЕГЭ. – М.: Илекса, 2012. – 108 с.

5. Смирнов В.А. ЕГЭ 2011. Математика. Задача С2. Геометрия. Стереометрия / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2011. – 64 с.

Раздел 3. **Углы и многогранники в задачах (17 ч.)**

3.1 Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Угол между двумя плоскостями. Угол между двумя скрещивающимися прямыми. Теоретический зачет.

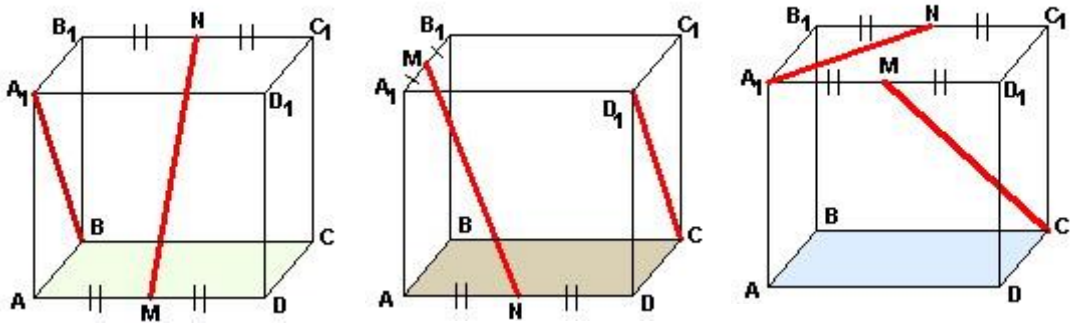
Основная цель - изучить способы нахождения углов между двумя прямыми; между прямой и плоскостью; между двумя плоскостями; между двумя скрещивающимися прямыми. Формировать умения «видеть» и вычислять углы в пространстве, используя многогранники и многоугольники, расположенные в пространстве; решать задачи метрического характера на нахождение расстояний, углов, площадей, используя куб, правильную пирамиду, правильный тетраэдр, параллелепипед, корректно аргументируя каждый шаг построения изображения, доказательной и вычислительной частей решения задачи.

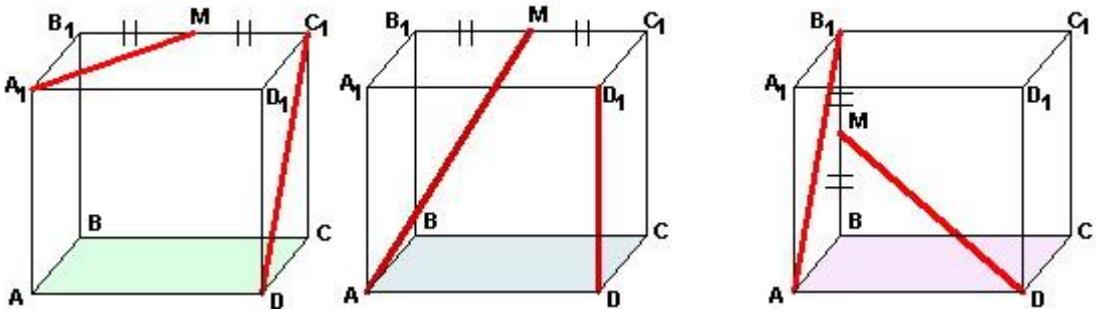
В результате изучения данного раздела учащиеся должны вычислять углы: между двумя прямыми; между прямой и плоскостью; между двумя скрещивающимися прямыми; между двумя плоскостями.

Задачи для контрольной работы:

1. В кубе A...D1 найдите угол между плоскостями ADD1 и CDD1.
2. В кубе A...D1 найдите угол между плоскостями ABC и AB1C1.
3. В кубе A...D1 найдите угол между плоскостями ABC и BDD1.
4. В кубе A...D1 найдите угол между плоскостями ACC1 и BDD1.
5. В кубе A...D1 найдите тангенс угол между плоскостями A1B1C1 и BDC1.
6. В кубе A...D1 найдите косинус угла между плоскостями BDA1 и BDC1.
7. В кубе A...D1 найдите угол между плоскостями BCD1 и ACC1.

8. Найдите углы между прямыми:





Литература:

1. Потоскуев Е.В. Решение задач по стереометрии. Практикум. Подготовка к ЕГЭ. – М.: Илекса, 2012. – 108 с.

2. Семёнов А.Л., Ященко И.В. Геометрия. Стереометрия: Пособие для подготовки к ЕГЭ / Под ред. А.Л. Семёнова, И.В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2009. – 272 с. – (Готовимся к ЕГЭ).
3. Смирнов В.А. ЕГЭ 2011. Математика. Задача С2. Геометрия. Стереометрия / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2011. – 64 с.

Координатный метод решения задач на нахождение расстояний и углов

Декартова прямоугольная система координат в пространстве. Декартовы прямоугольные координаты точки. Формулы нахождения: расстояния между точками в координатах; точки координаты точки, делящей отрезок в данном отношении, середины отрезка. Решение простейших задач стереометрии в координатах. Взаимное расположение прямой и плоскости в координатах. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми. Нахождение угла между прямыми в пространстве. Нахождение угла между прямой и плоскостью. Нахождение угла между двумя плоскостями.

Основная цель - формировать умения учащихся с помощью уравнений прямых и плоскостей решать задачи стереометрии на нахождения расстояний и углов, используя в качестве объектов правильный тетраэдр, правильную пирамиду, куб, призму.

В результате изучения данного раздела ученик должен в координатной форме знать и понимать выражение скалярного произведения и условие перпендикулярности двух векторов; условие коллинеарности двух векторов, условие компланарности трех векторов; формулу вычисления длины вектора, а также формулу расстояния между двумя точками, деления отрезка в данном отношении. Формулу для вычисления расстояния от данной точки до данной плоскости. Формулы для нахождения углов. Уметь: находить длину вектора, расстояние между двумя точками и координаты точки, делящей данный отрезок в данном отношении; вычислять скалярное произведение двух векторов и определять, перпендикулярны ли они; вычислять расстояние: от данной точки до данной плоскости (прямой); между параллельными плоскостями; между параллельными прямой и плоскостью. Находить углы между прямыми, прямой и плоскостью, двумя плоскостями. С помощью уравнений прямых и плоскостей решать метрические задачи стереометрии.

Учебно-методическое обеспечение:

1. Варшавский, И.К. Стереометрия на едином государственном экзамене. / И.К.Варшавский, М.Я. Гаиашвили, Ю.А. Глазков // Математика в школе – 2006. - №4 – С. 2-7.

2. Потоскуев Е.В. Решение задач по стереометрии. Практикум. Подготовка к ЕГЭ. – М.: Илекса, 2012. – 108 с.

3. Семёнов А.Л., Ященко И.В. Геометрия. Стереометрия: Пособие для подготовки к ЕГЭ / Под ред. А.Л. Семёнова, И.В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2009. – 272 с. – (Готовимся к ЕГЭ).
4. Смирнов В.А. ЕГЭ 2011. Математика. Задача С2. Геометрия. Стереометрия / Под ред. А.Л. Семенова и И.В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2011. – 64 с.

Электронные образовательные ресурсы:

№ п/п	Наименование платформы	Ссылка на ресурс
1.	«Учи.ру»	https://uchi.ru/
2.	«Фоксфорд»	https://foxford.ru/
3.	«Издательство «Просвещение»	prosv@prosv.ru
4.	«Скаенг», интерактивные задания по математике	https://skyteach.ru/maths/